



中原工学院

Zhongyuan University of Technology

# 14 波动光学

任课教师 [曾灏宪](#)

中原工学院 理学院

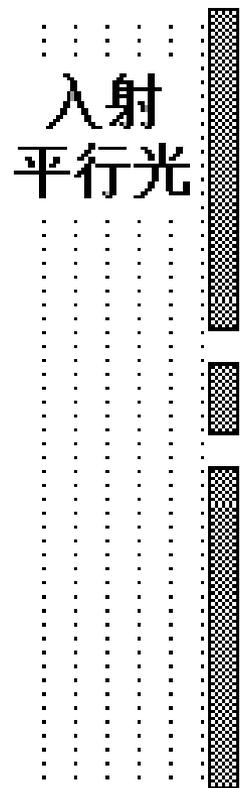
大学物理（下）

14 波动光学

## 14.8 衍射光栅

# 双缝干涉

干涉条纹将会受到每个缝衍射条纹的调制



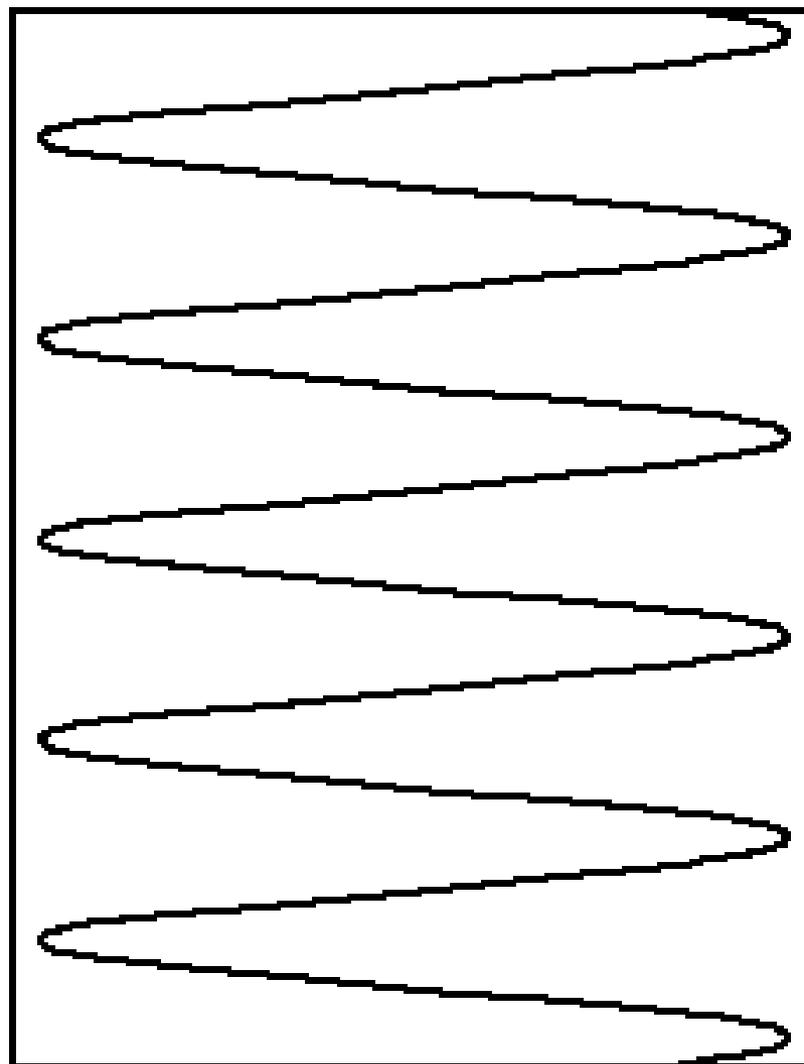
$$\Delta r = r_2 - r_1 = d \sin \theta$$

$$\approx d \frac{x}{d'}$$

$$x = \begin{cases} \pm k \frac{d'}{d} \lambda \\ \pm \frac{d'}{d} (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \end{cases}$$

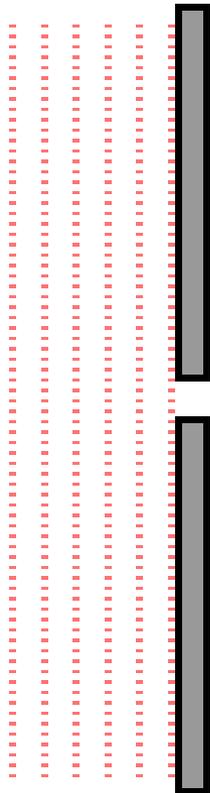
明纹

暗纹



Note: Scale 2x that when diffraction included.

入射  
平行光



$$a \sin \varphi = 0$$

中央明纹中心

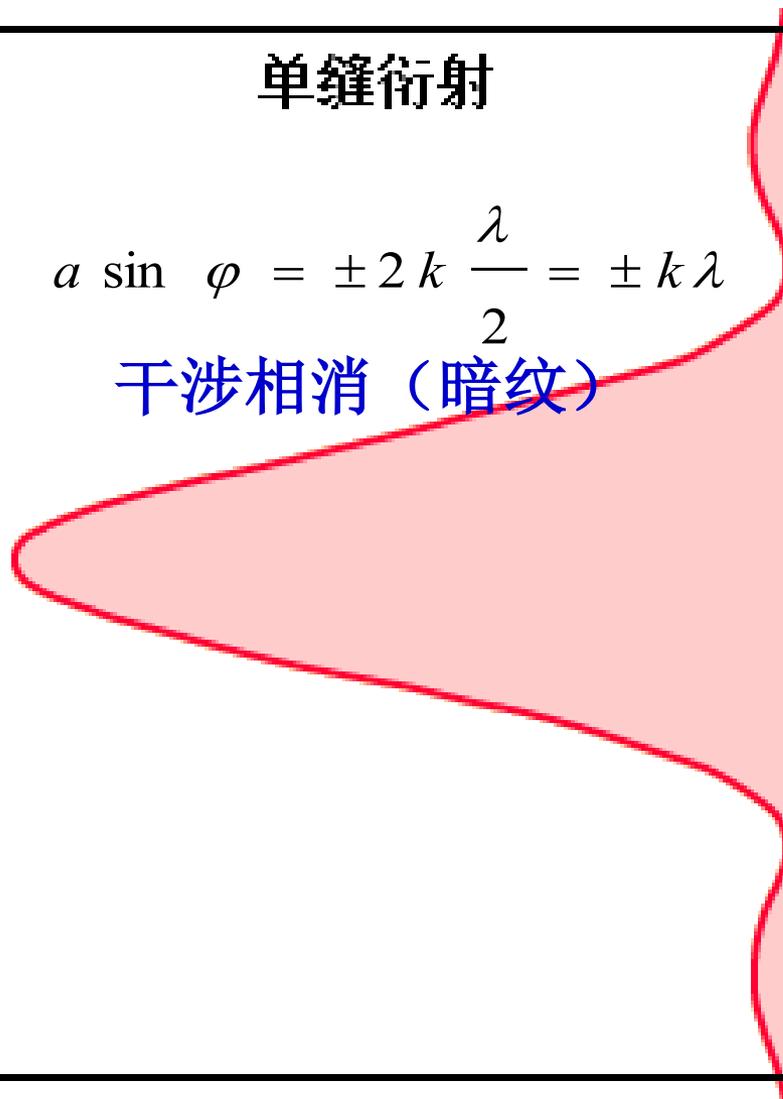
$$a \sin \varphi = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

干涉加强 (明纹中心)

单缝衍射

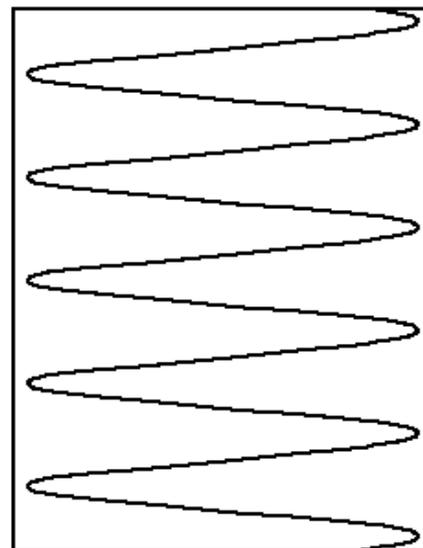
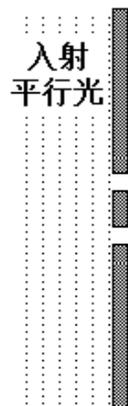
$$a \sin \varphi = \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k \lambda$$

干涉相消 (暗纹)

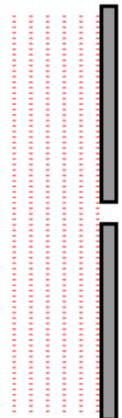


### 双缝干涉

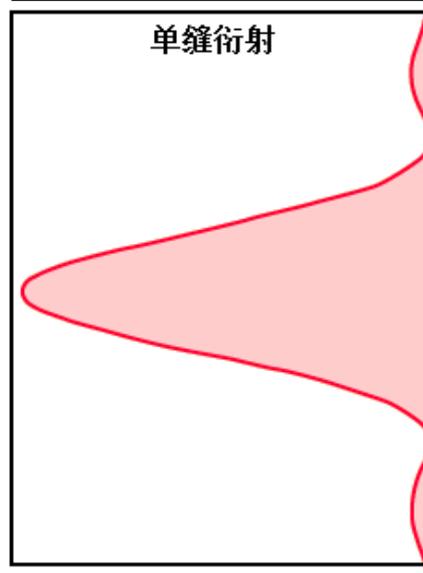
干涉条纹将会受到每个缝衍射条纹的调制



入射  
平行光

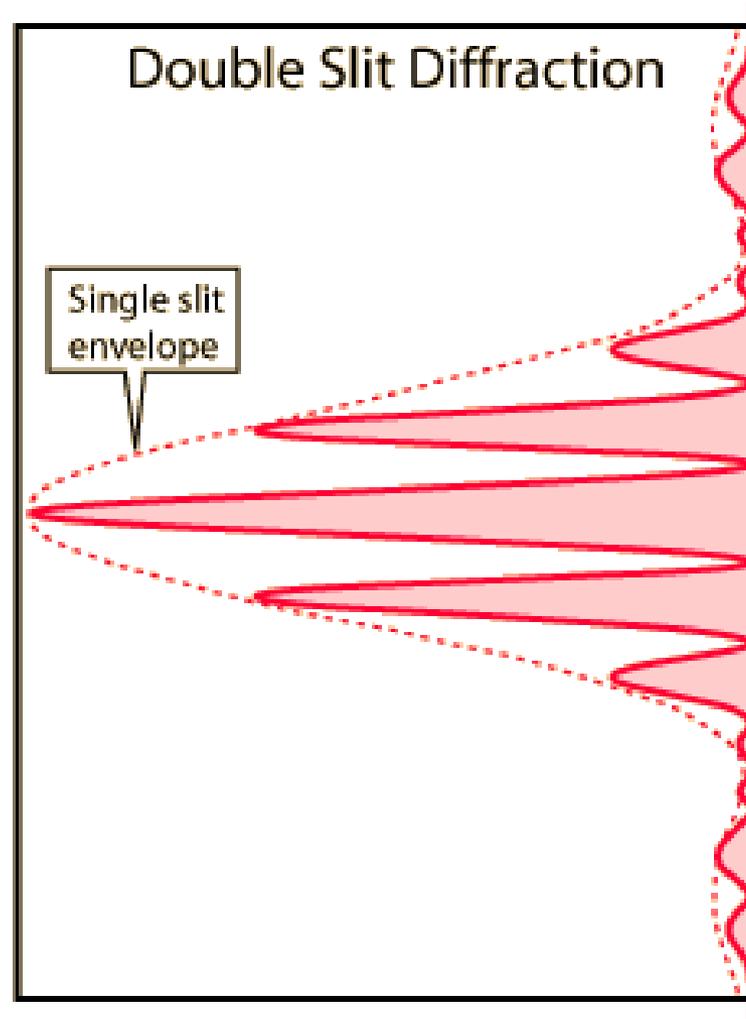
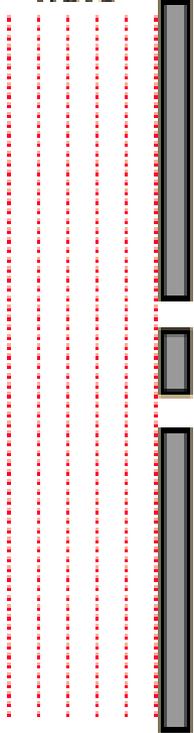


### 单缝衍射

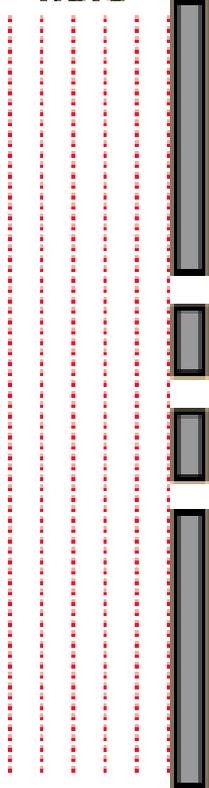


# 同时考虑干涉和衍射

Incident  
plane  
wave

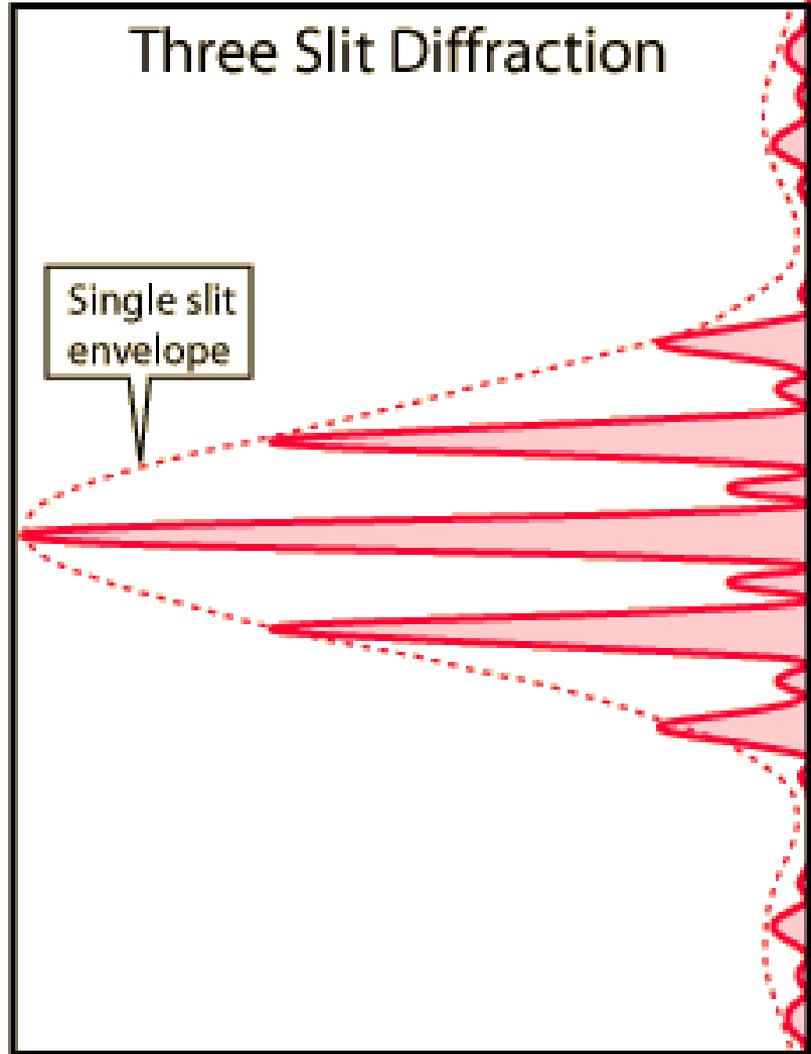


Incident  
plane  
wave

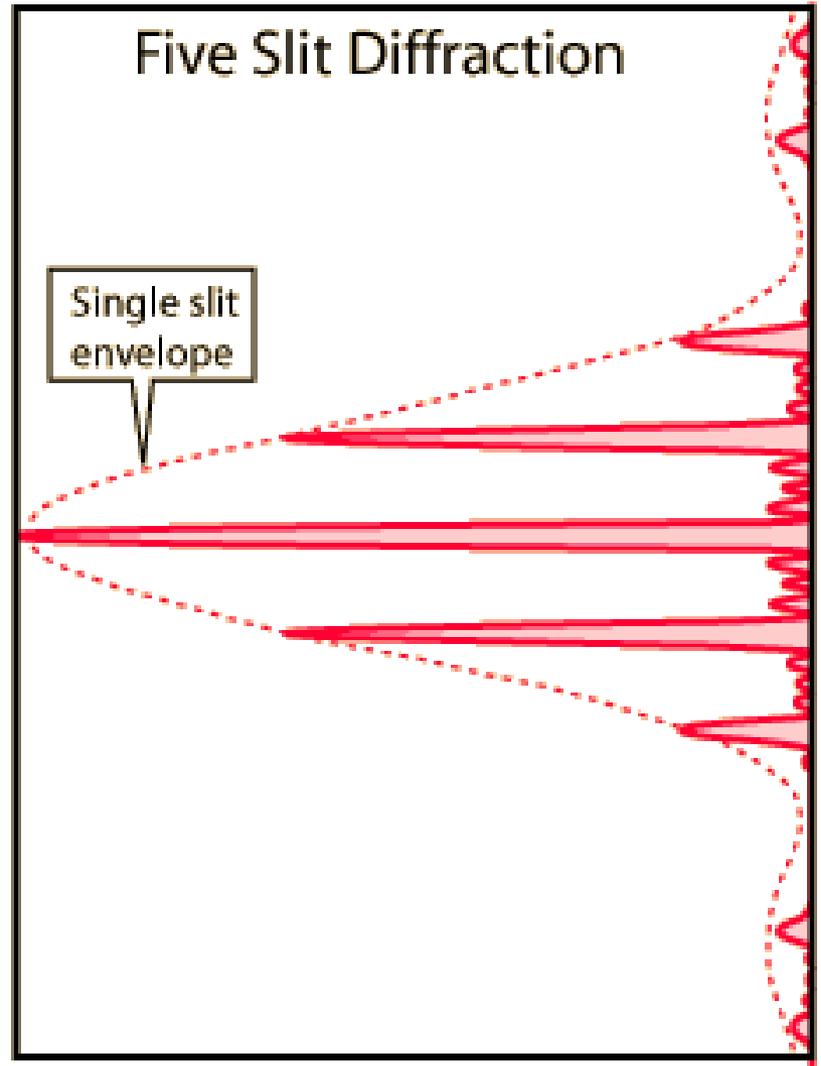
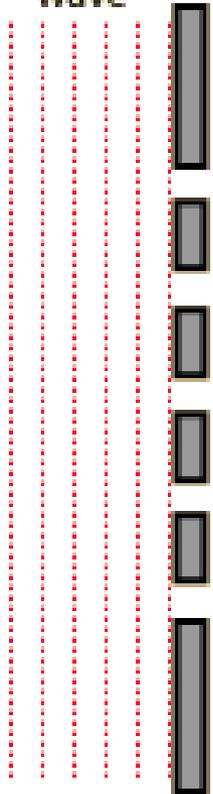


## Three Slit Diffraction

Single slit  
envelope



Incident  
plane  
wave

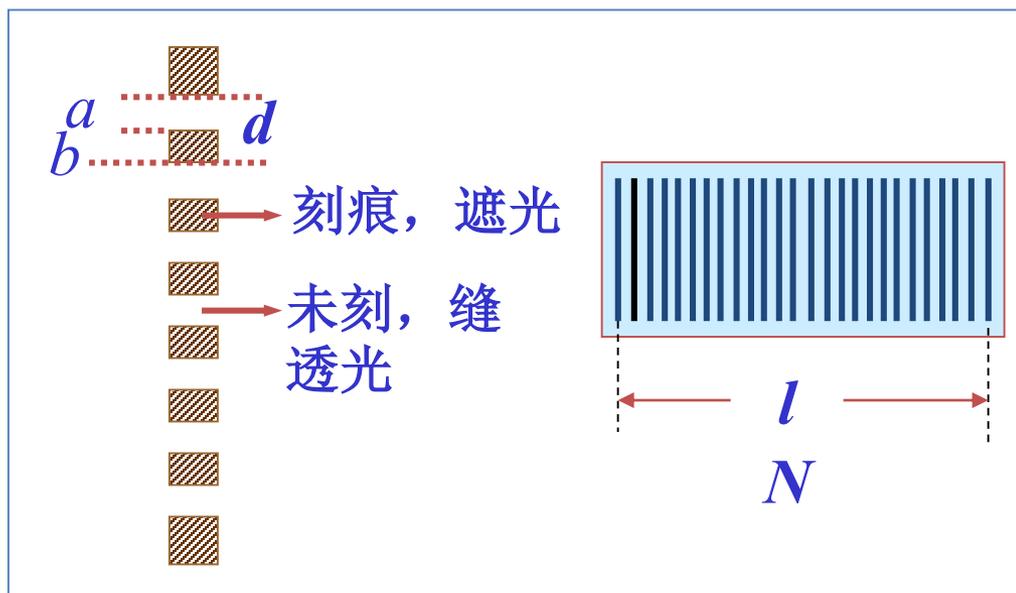


# 一 光栅——平面衍射光栅

**衍射光栅：**由大量等间距、等宽度的平行狭缝所组成的光学元件。

用于透射光衍射的叫**透射光栅**。

用于反射光衍射的叫**反射光栅**。



**光栅常数  $d$**

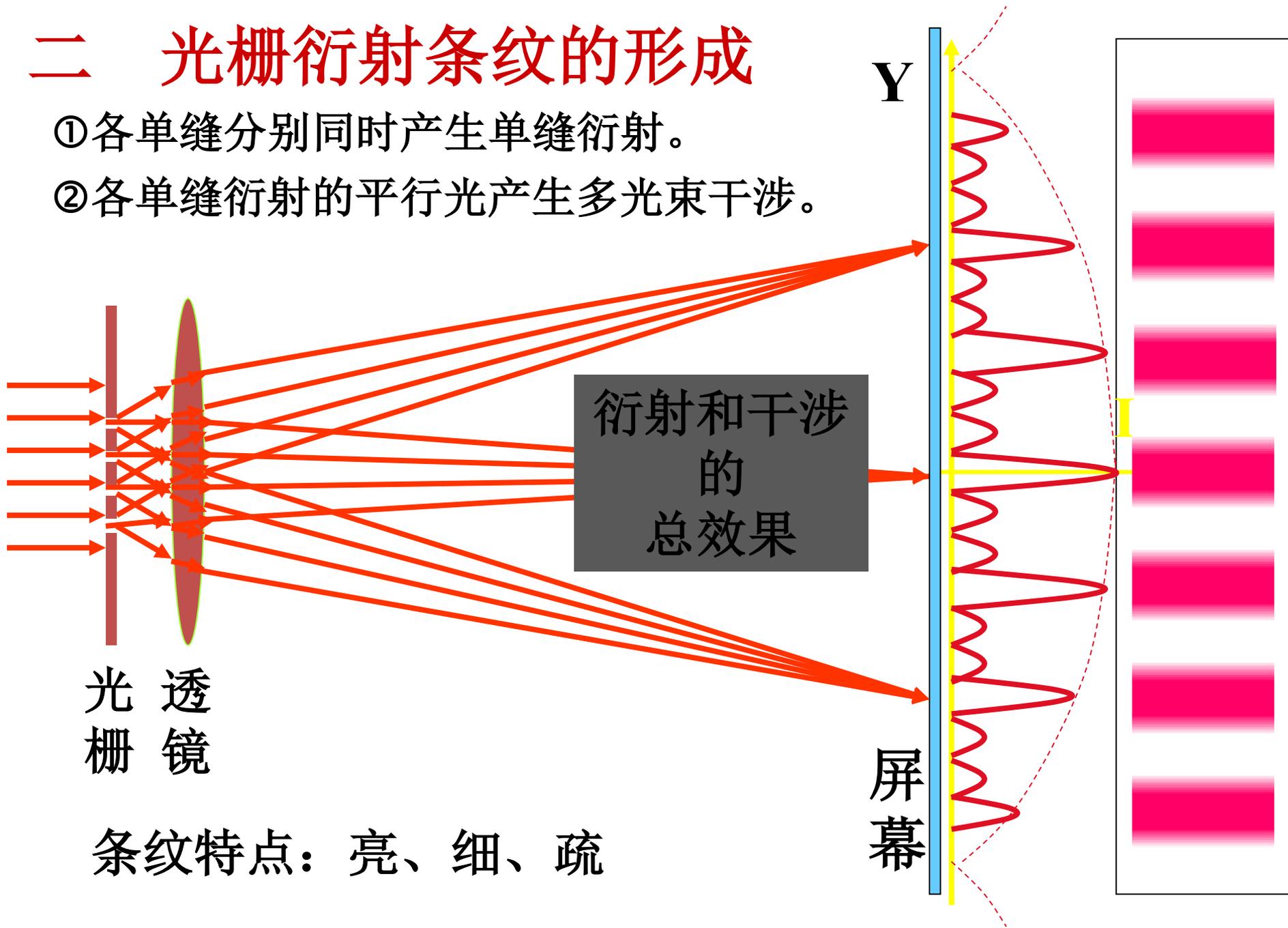
$$d = a + b = \frac{l}{N}$$

数量级为 $10^{-5} \sim 10^{-6} \text{m}$

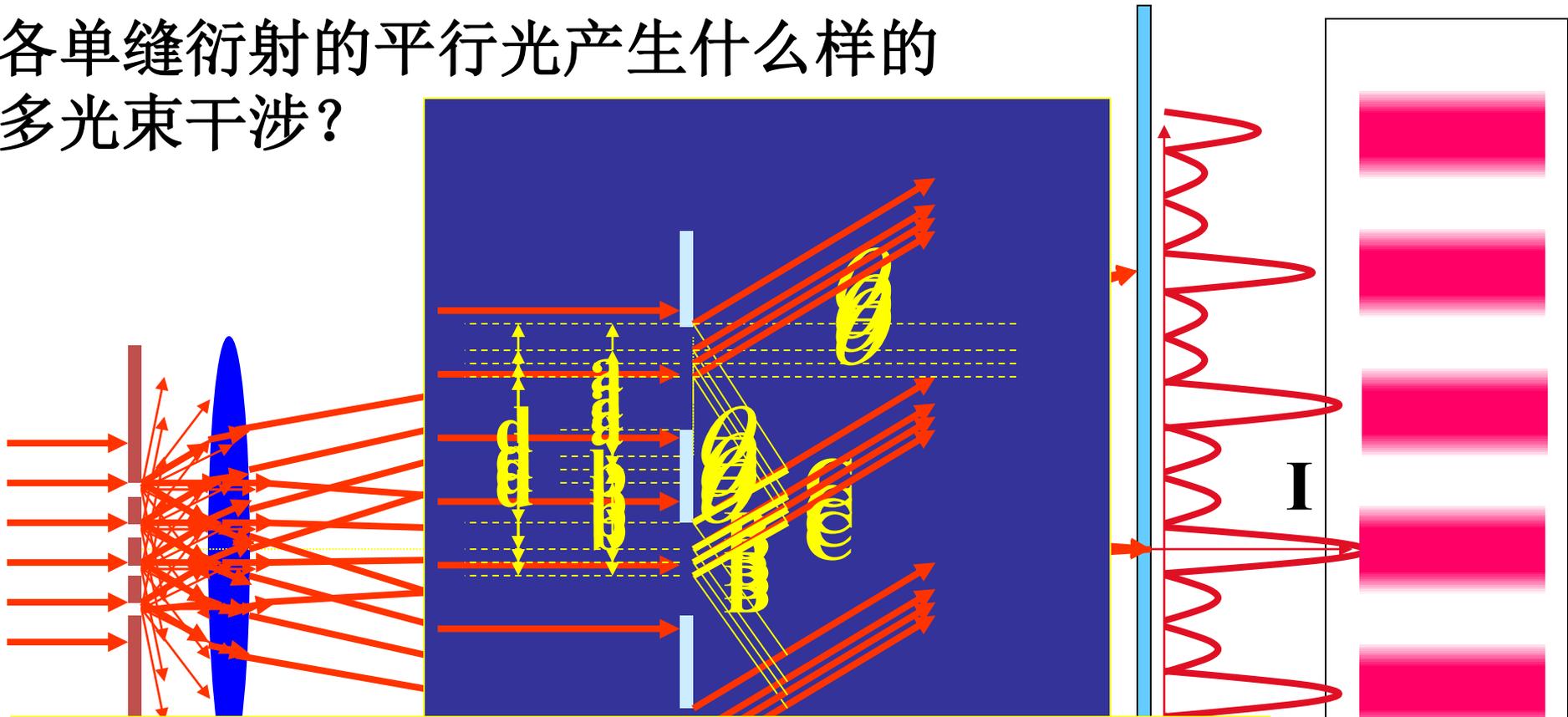
(一厘米内刻有1000---10000条刻痕；亦称为光栅规格)

## 二 光栅衍射条纹的形成

- ①各单缝分别同时产生单缝衍射。
- ②各单缝衍射的平行光产生多光束干涉。



各单缝衍射的平行光产生什么样的多光束干涉？



从相邻单缝射出的平行光依次相差相同的光程 $BC$ 或相同的相位差 $\Delta\varphi$

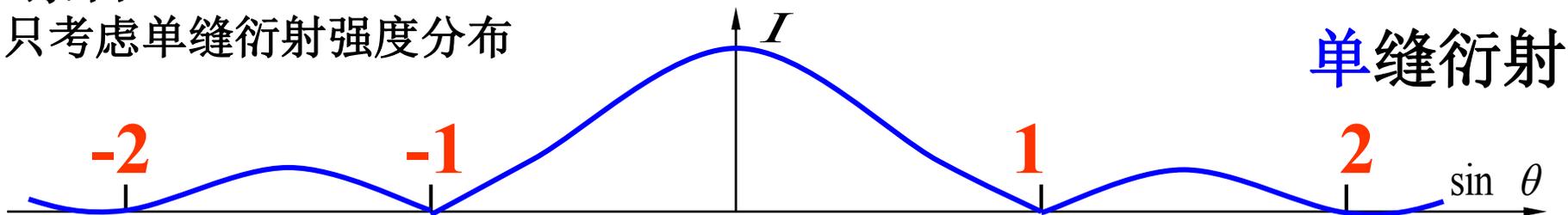
$$BC = (a + b) \sin \theta = d \sin \theta$$

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{BC}{\lambda}$$

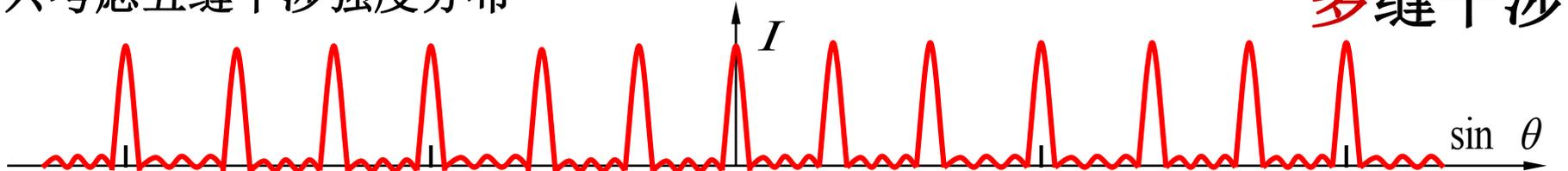
即光栅衍射是 $N$ 个相位依次相差 $\Delta\varphi$ 的光振动的叠加

综合:

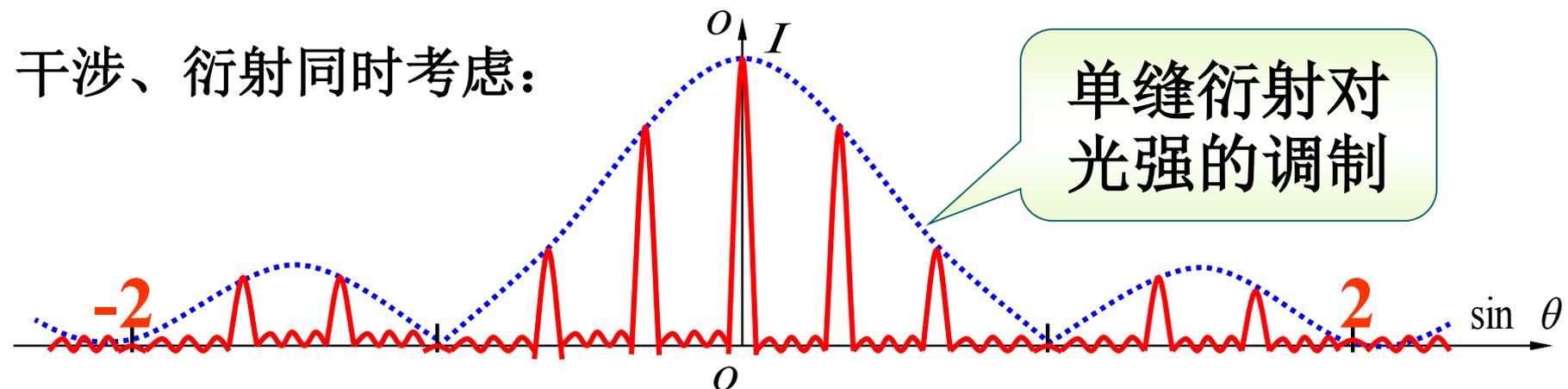
只考虑单缝衍射强度分布



只考虑五缝干涉强度分布



干涉、衍射同时考虑:



明纹的光强受到衍射光强的调制。(参与干涉的光是衍射的光。)

光栅衍射条纹是单缝衍射与多缝干涉的总效果。

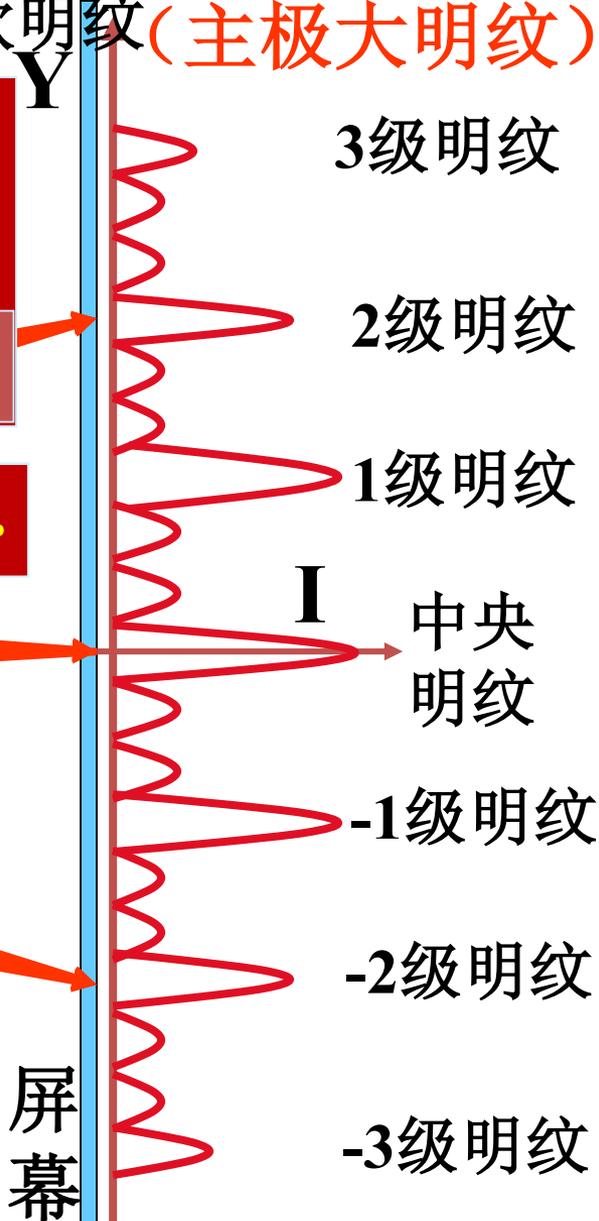
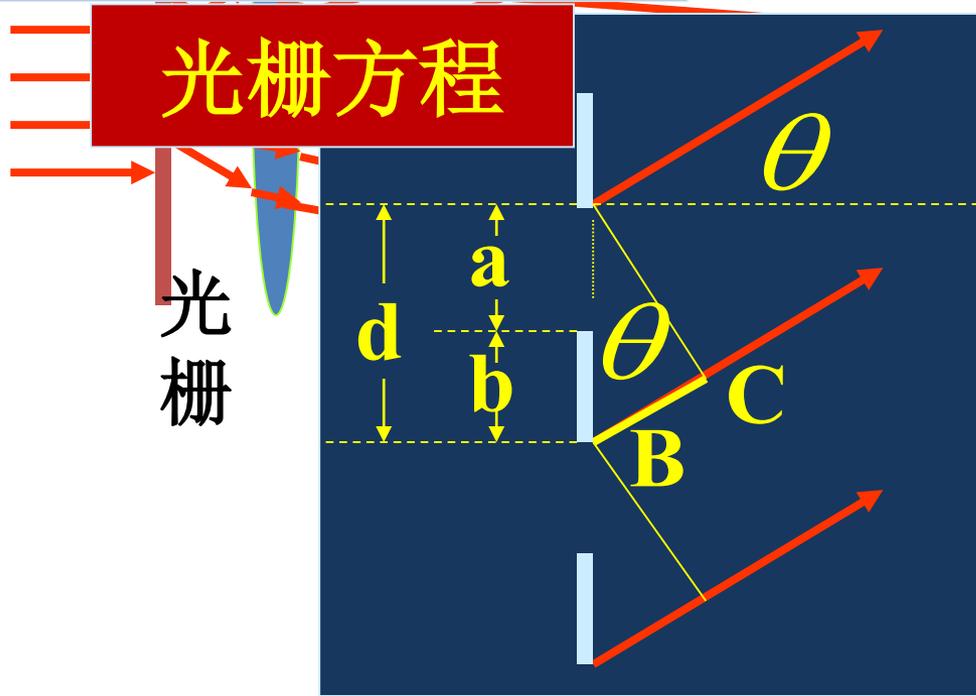
### 三 明纹公式：光栅方程

每两个相邻主明纹之间有 $N-1$ 条暗纹和 $N-2$ 条次明纹(主极大明纹)

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{BC}{\lambda} = 2\pi \frac{a+b}{\lambda} \sin\theta$$
$$= 2k\pi \quad k = 0 \pm 1 \pm 2 \pm 3 \dots$$

$$(a+b) \sin\theta = k\lambda \quad k = 0 \pm 1 \pm 2 \dots$$

光栅方程



## 光栅衍射明纹条件

## 光栅方程

$$(a + b) \sin \theta = \pm k \lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

## 讨论:

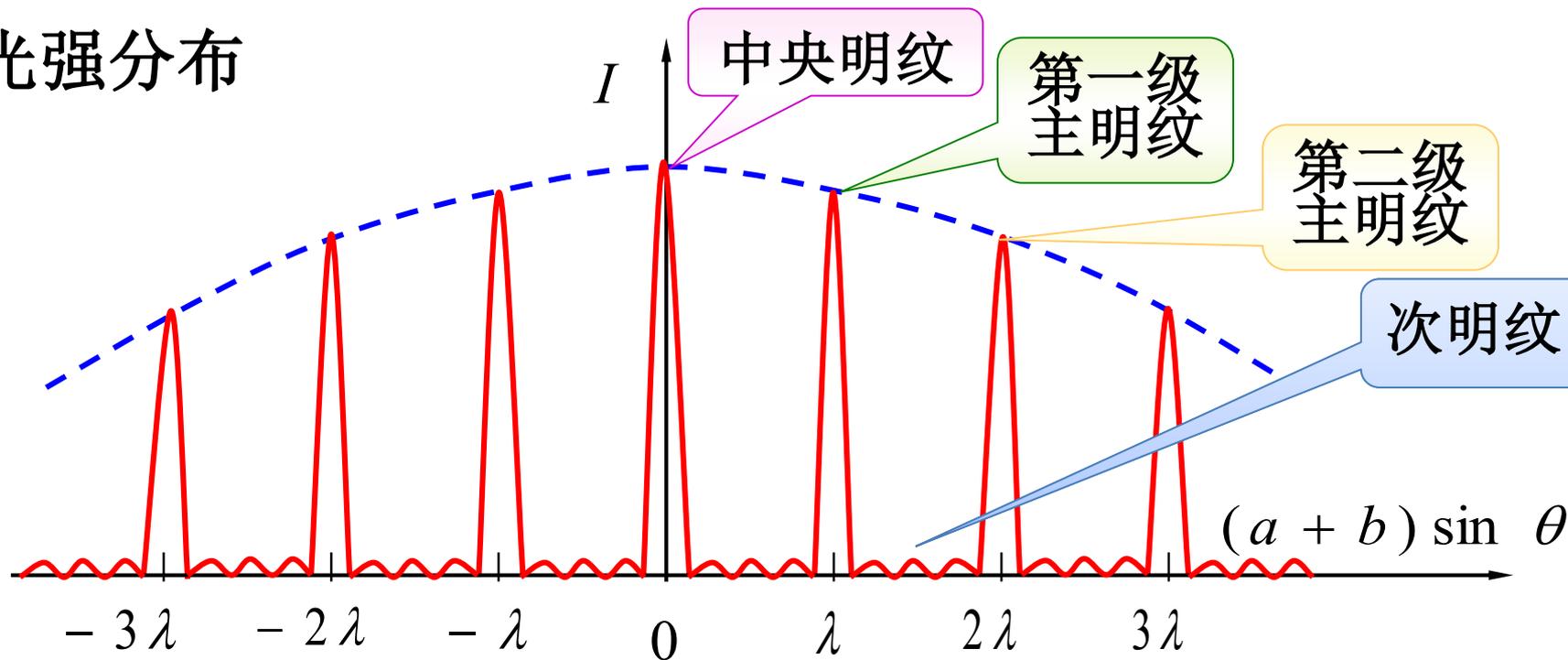
1) 光强分布 亮纹的光强  $I = N^2 I_0$

( $N$  : 狭缝数,  $I_0$  : 单缝光强)

光栅中狭缝条数越多, 明纹越亮.

$$(a + b) \sin \theta = \pm k \lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

光强分布



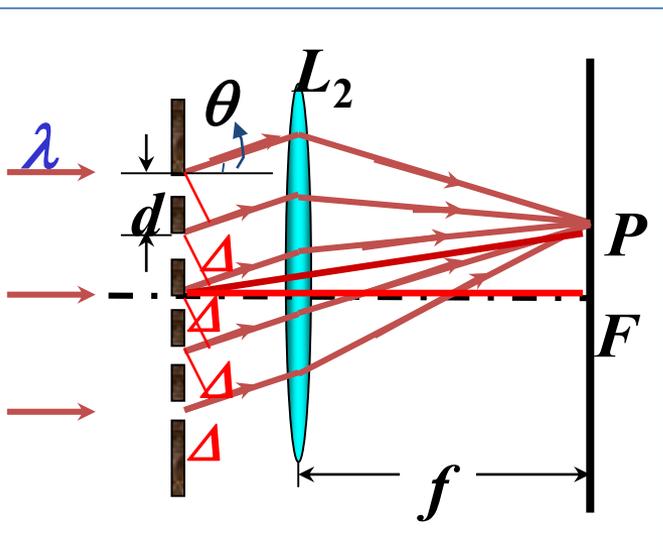
理论计算表明，在两相邻主明纹间有  $N - 1$  条暗纹和  $N - 2$  条次明纹，因为次明纹的光强远小于主明纹，所以暗纹和次明纹连成一片形成暗区。

$$(a + b) \sin \theta = \pm k \lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

## 2) 条纹最高级数

$$\sin \theta_k = \pm \frac{k \lambda}{a + b} \Rightarrow \theta \rightarrow \pm \frac{\pi}{2}, \quad k \rightarrow k_{\max} = \frac{a + b}{\lambda}$$

## 3) 光栅衍射明纹位置



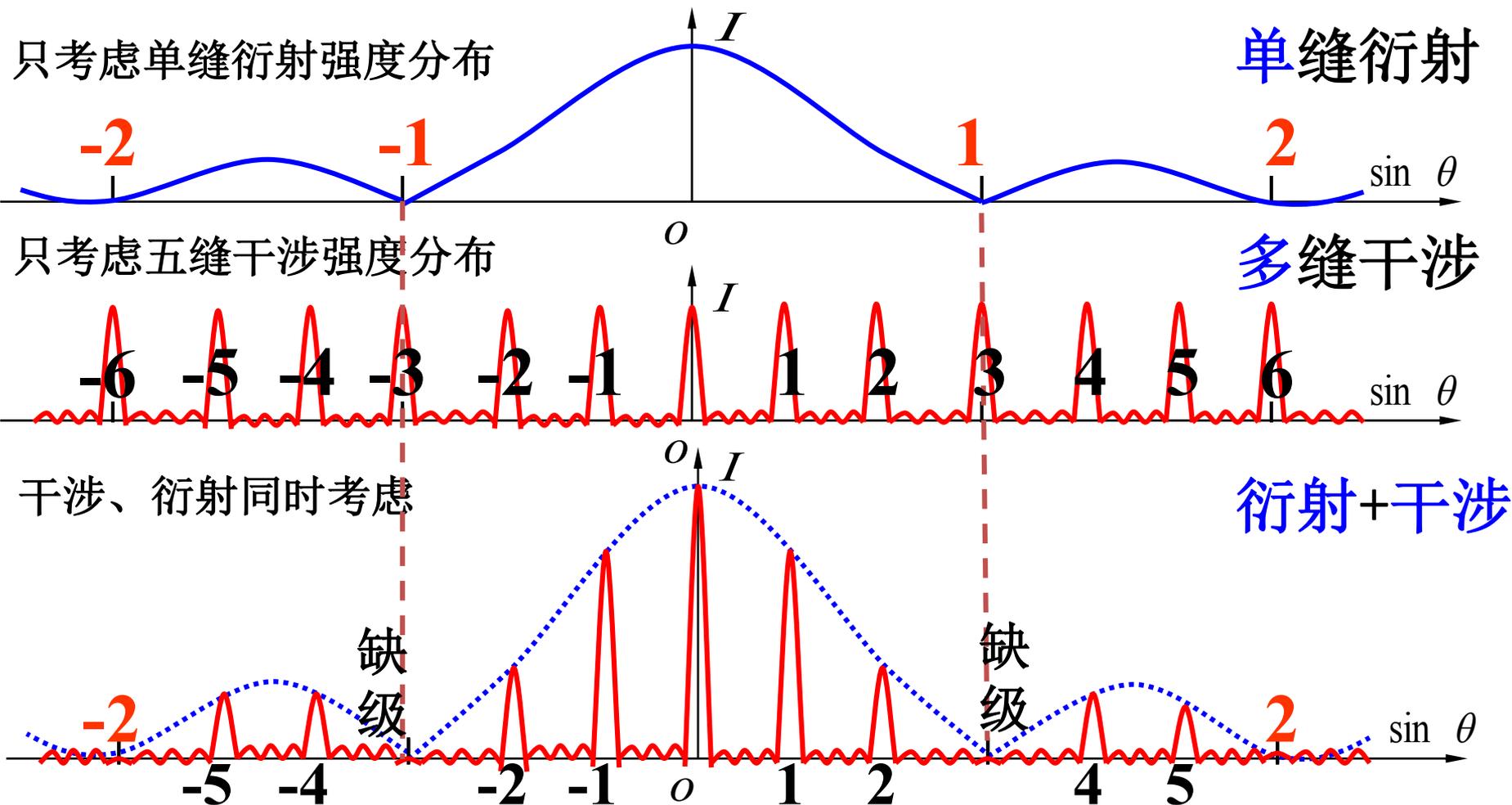
$$x = D \tan \theta \approx f \sin \theta = \pm f \frac{k \lambda}{a + b}$$

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{f \lambda}{a + b}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a + b \text{ 一定, } \lambda \uparrow, \Delta x \uparrow \\ \lambda \text{ 一定, } (a + b) \downarrow, \Delta x \uparrow \end{array} \right.$$

## 4) 缺级现象

在某些特定的衍射方向，满足光栅方程中的明纹条件，但又满足衍射的暗纹条件时，这一特定方向的明纹将不出现的现象，称为“缺级”。



**缺级：**既满足光栅方程中的明纹条件，又满足衍射的暗纹条件

由明纹公式（光栅方程）：

$$(a + b) \sin \theta = \pm k \lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad k \text{ 称为干涉级}$$

由单缝衍射的暗纹公式：

$$a \sin \theta = \pm k' \lambda \quad (k' = 1, 2, 3, \dots) \quad k' \text{ 称为衍射级}$$

同时满足两式，式（1）/（2）得：

$$\frac{a + b}{a} = \frac{k}{k'}$$

（为整数比）

**缺级公式：**

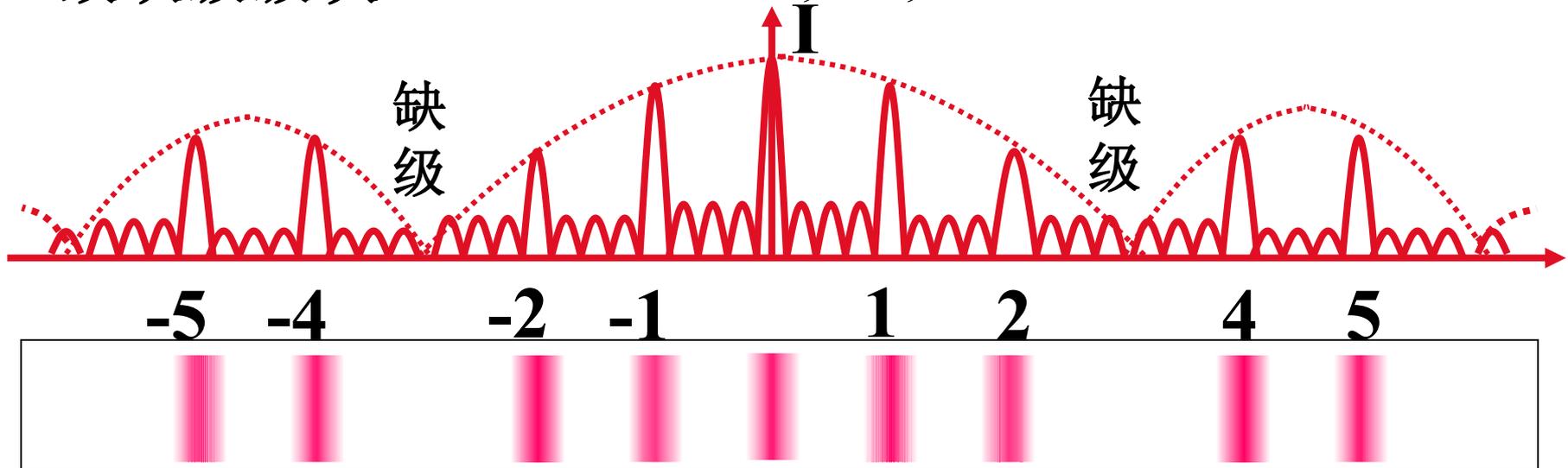
$$k = k' \frac{a + b}{a} = k' \frac{d}{a}$$
$$k' = \pm 1. \pm 2. \pm 3 \dots$$

缺级公式:  $k = k' \frac{a+b}{a} = k' \frac{d}{a}$  ( $k' = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ )

例: 一光栅,  $b=2a$ 。则缺级的明纹:

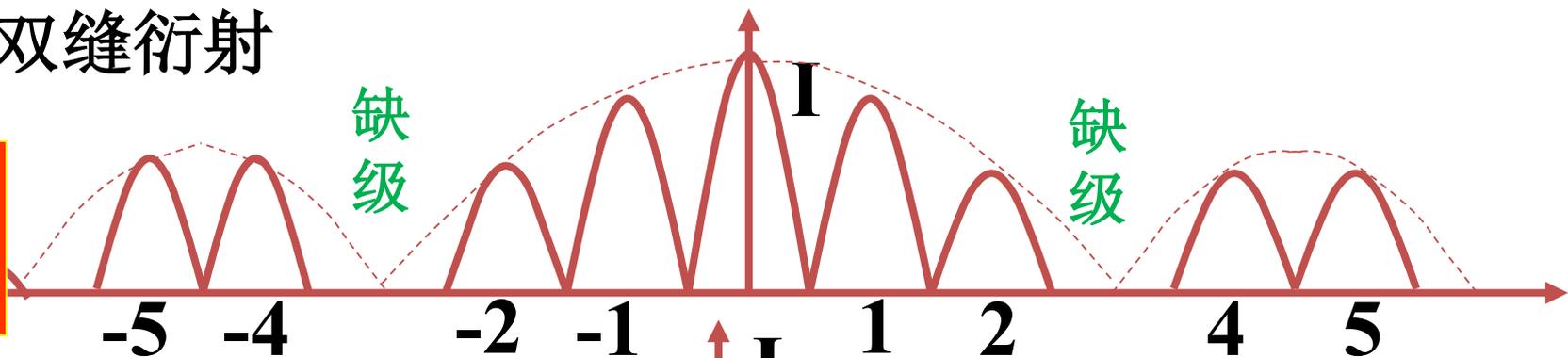
$$k = k' \frac{a+b}{a} = k' \frac{a+2a}{a} = 3k' \quad (k' = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots)$$

故缺级级次  $k = 3k' = \pm 3, \pm 6, \pm 9 \dots$

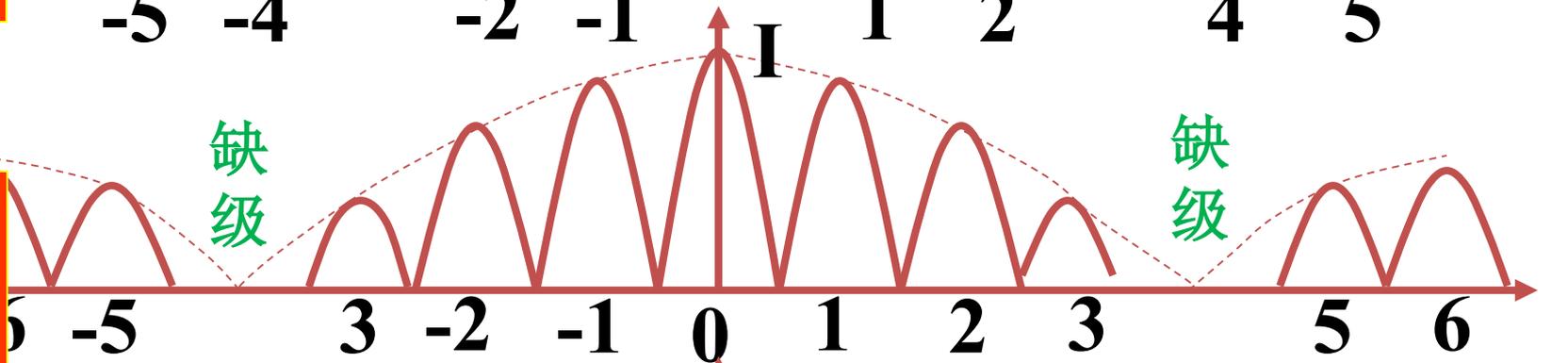


# N=2 双缝衍射

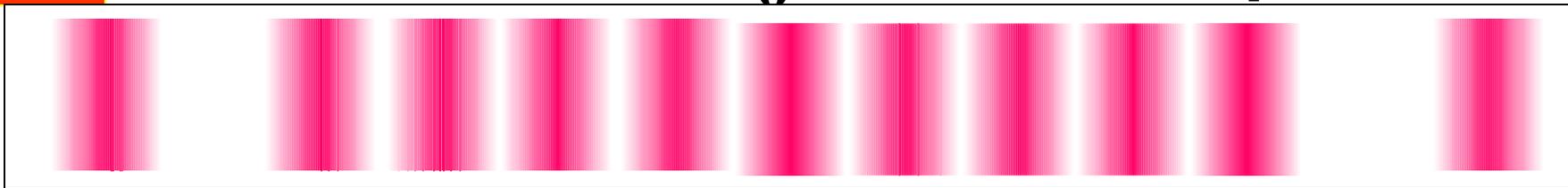
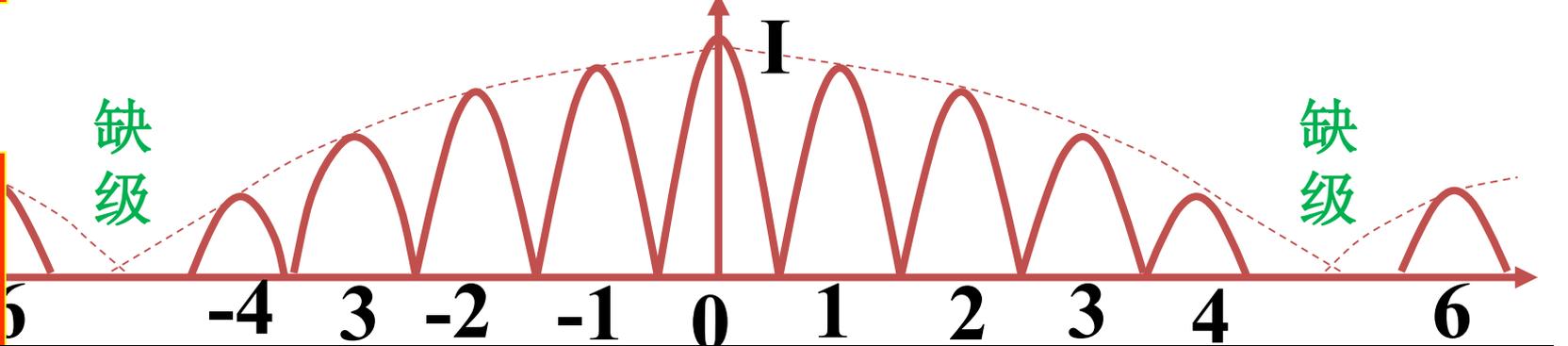
$$\frac{d}{a} = 3$$



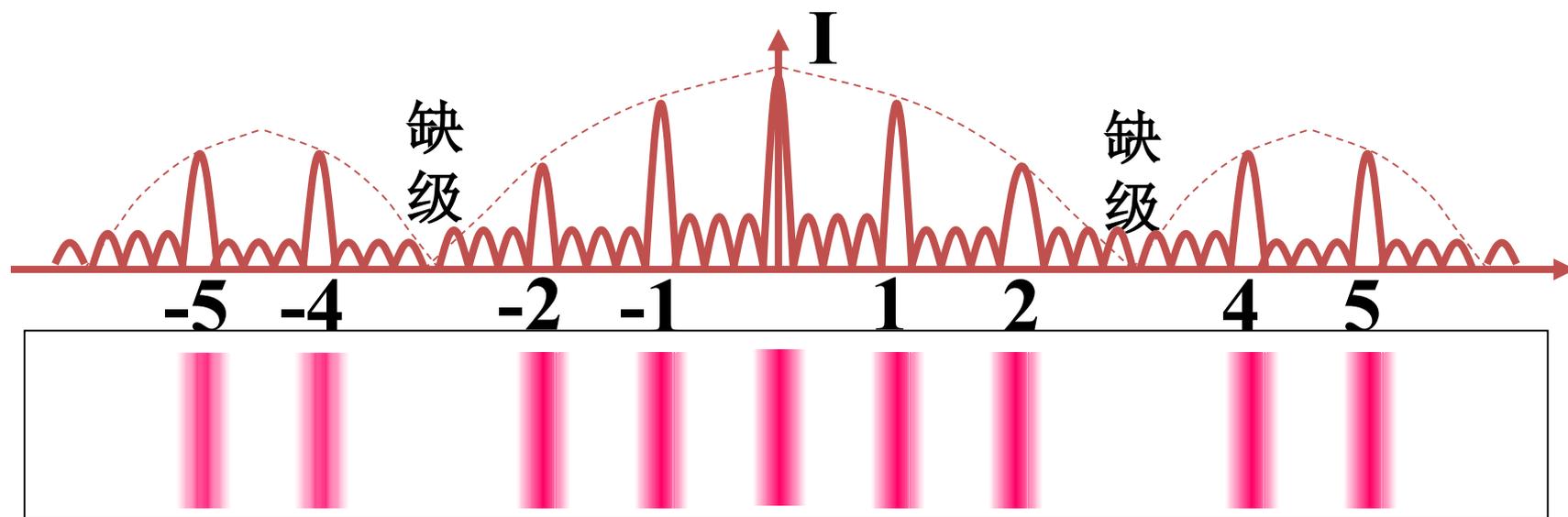
$$\frac{d}{a} = 4$$



$$\frac{d}{a} = 5$$



光栅 ( $N=5$ ;  $d/a=3$ )



## 5) 光栅光谱

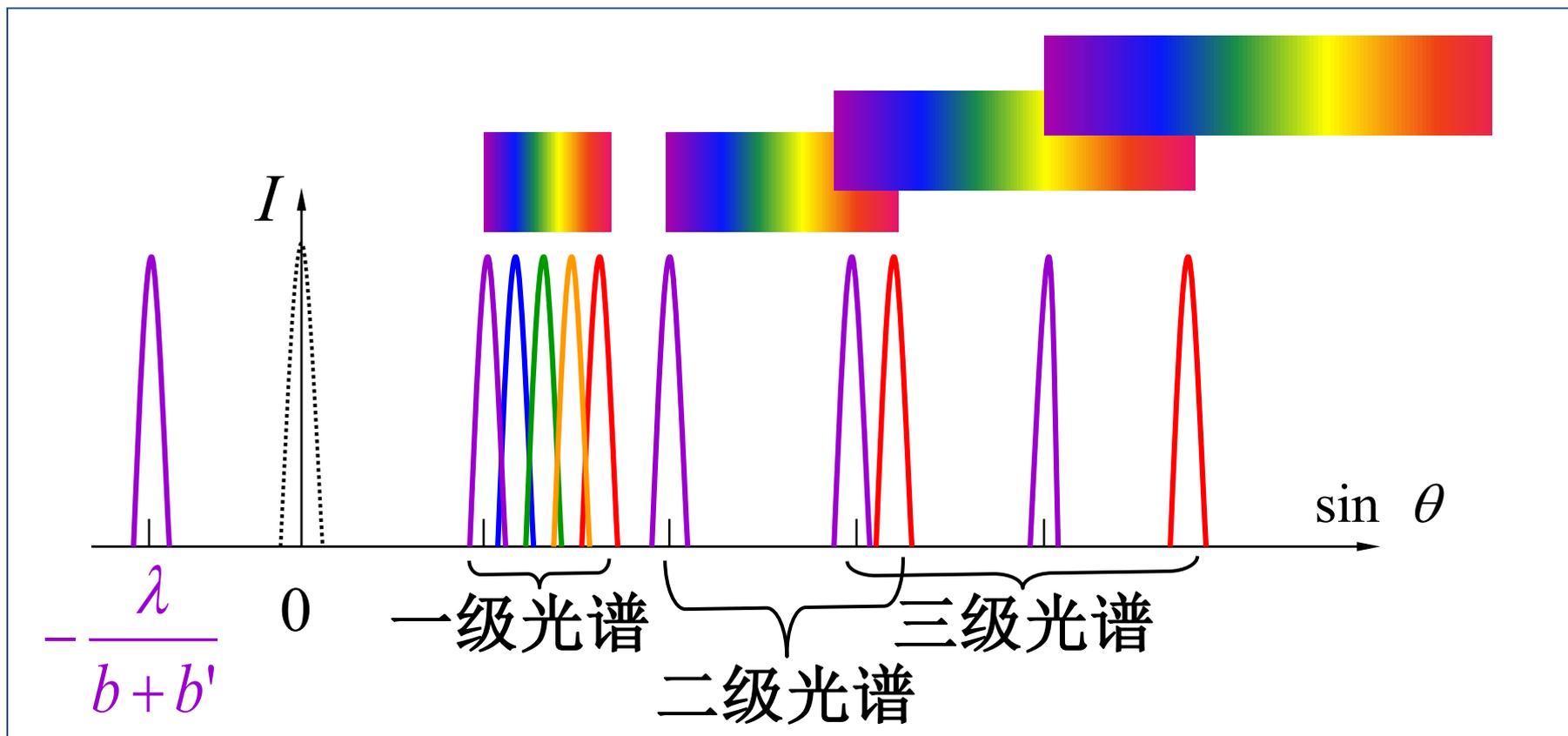
白光投射在光栅上，在屏上除零级主极大明条纹由各种波长混合仍为白光外，其两侧将形成由紫到红对称排列的彩色光带，即光栅光谱。

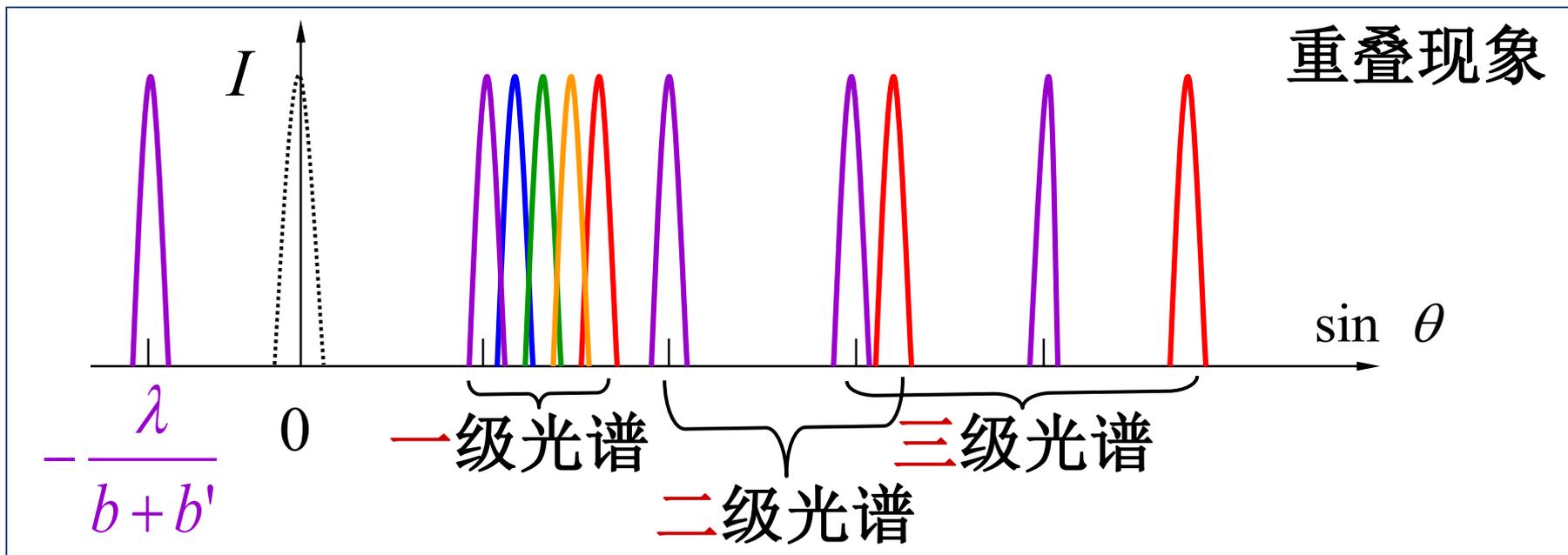
$$(b + b') \sin \theta = \pm k \lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$



$$(b + b') \sin \theta = \pm k \lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

入射光为白光时， $\lambda$  不同， $\theta_k$  不同，按波长分开形成光谱。





例如 二级光谱重叠部分光谱范围

$$\left\{ \begin{array}{l} (b + b') \sin \theta = 3 \lambda_{\text{紫}} \\ (b + b') \sin \theta = 2 \lambda \end{array} \right.$$

$$\lambda = \frac{3}{2} \lambda_{\text{紫}} = 600 \text{ nm}$$

二级光谱重叠部分:

$$\lambda = 400 \sim 760 \text{ nm}$$

$$600 \sim 760 \text{ nm}$$

**例** 用白光垂直照射在每厘米有6500条刻痕的平面光栅上，求第三级光谱的张角。

**解**  $\lambda = 400 \sim 760 \text{ nm}$        $b + b' = 1 / 6500 \text{ cm}$

**紫光**  $\sin \theta_1 = \frac{k \lambda_1}{b + b'} = 0.78$        $\theta_1 = 51.26^\circ$

**红光**  $\sin \theta_2 = \frac{k \lambda_2}{b + b'} = 1.48 > 1$       **不可见**

**第三级光谱的张角**  $\Delta \theta = 90.00^\circ - 51.26^\circ = 38.74^\circ$

**第三级光谱所能出现的最大波长**

$$\lambda' = \frac{(b + b') \sin 90^\circ}{k} = \frac{b + b'}{3} = 513 \text{ nm}$$

**绿光**

## 小结:

### 1) 光栅衍射条纹具有亮、细、疏的特点。

亮: 每一单缝出射的光强虽小, 但N条单缝的光强叠加起来, 光强会增强。

细、疏: 光栅的单缝数量很大, 光栅常数很小, 在相邻两个主极大明纹之间占着很大的角宽度。

### 2) 主要公式

#### 光栅方程

明纹公式:  $(a + b) \sin \theta = \pm k \lambda$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ )

缺级公式:

$$k = k' \frac{a + b}{a} = k' \frac{d}{a} \quad (k' = \pm 1, \pm 2, \dots)$$

条纹最高级数  $k_{\max} = \frac{a+b}{\lambda}$

光栅衍射明纹位置

$$x = D \tan \varphi \approx f \sin \varphi = \pm f \frac{k \lambda}{a+b}$$

明纹间距  $\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{f \lambda}{a+b}$

$\lambda$ 一定时，光栅常数越小，条纹越稀疏，反之则越密。

$d=a+b$ 一定时，波长 $\lambda$ 越大，衍射角 $\theta$ 越大。

3) 当白色光入射光栅时，将产生彩色的衍射光谱。从中央到两侧将出现由紫到红的光谱。

# 练习和例题

**[例2]**双缝缝距 $d=0.40\text{mm}$ , 两缝宽度都是 $a=0.08\text{mm}$ , 用波长 $\lambda=480\text{nm}$ 的平行光垂直照射双缝, 在双缝后放一焦距 $f=2.0\text{m}$ 的透镜, 求:(1)在透镜焦平面处的屏上, 双缝干涉条纹的间距 $\Delta x$ ; (2)在单缝衍射中央亮纹范围内的双缝干涉亮纹数目

**解:** 1) 对双缝干涉第 $k$ 级明纹有  $d \sin \theta = k\lambda$

第 $k$ 级明纹在屏上的位置  $x_k = f \frac{k\lambda}{d}$

$$\Delta x = \frac{f\lambda}{d} = \frac{2 \times 4800 \times 10^{-10}}{0.4 \times 10^{-3}} = 2.4 \times 10^{-3} \text{ m}$$

2)  $\because \frac{d}{a} = 5$  即在单缝衍射中央明纹范围内, 只有  
 $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$  级明纹出现

所以双缝干涉明纹的数目  $N = 9$

**[例3]** 波长为 $7000\text{\AA}$ 的单色光，垂直入射在平面透射光栅上，光栅常数为 $3 \times 10^{-4} \text{ cm}$ ，缝宽为 $10^{-4} \text{ cm}$ 。求(1)最多能看到第几级光谱?(2)哪些级出现缺级现象?

**解:**  $\star \because (a + b) \sin \theta = k\lambda \quad k = 0, \pm 1, \dots$

$$k_{\max} = \frac{a + b}{\lambda} = 4.28 \quad \text{取整, 即最多可看到第四级光谱}$$

$\star$  满足  $k = \frac{a + b}{a} k'$  时缺级

$$\therefore k = 3k' \quad k' = 1, 2, \dots$$

又  $k_{\max} = 4 \therefore k = 3$  时缺级

$\rightarrow$  即光屏上实际呈现级数为 $4 - 1 = 3$ ，对应于明纹  $k = -4, -2, -1, 0, 1, 2, 4$  共七条

**例4** 用氦氖激光器发出的  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$  的红光，垂直入射到一平面透射光栅上，测得第一级明纹出现在  $\theta = 38^\circ$  的方向上，试求 **(1)** 这一平面透射光栅的光栅常数  $d$ ，这意味着该光栅在  $1\text{cm}$  内有多少条狭缝？ **(2)** 最多能看到第几级衍射明纹？

**解 (1)** 由光栅方程

$$(b + b') = \pm k\lambda, \quad k = 1, \theta = 38^\circ$$

$$(b + b') = 1.028 \text{ } \mu\text{m} \quad N = \frac{1}{b + b'} = 9729 \quad \text{条}$$

$$\text{(2)} \quad \theta = 90^\circ \quad k = \frac{(b + b') \sin \theta}{\lambda} < 2 \quad \text{只能看到**第一级**衍射明纹}$$

**例5:** 一平行衍射光栅，每厘米刻1000条，用可见光垂直入射，缝后透镜焦距 $f = 100\text{cm}$

1、光栅衍射第一级完整可见光谱所占宽度

2、证明第二、三级光谱重叠

3、用红光  $\lambda = 7000 \text{ \AA}$  入射， $b = 3a$ ，最多看到主明纹条数

**解:** 1) 光栅常数为  $d = a + b = 10^{-5} \text{ m}$

$$\text{明纹条件} \quad d \sin \varphi = k \lambda$$

$$k = 1 : \quad \lambda_1 = 4 \times 10^{-7} \text{ m} \quad \sin \varphi_1 = \frac{\lambda_1}{d} = 0.04$$

$$\lambda_2 = 7.6 \times 10^{-7} \text{ m} \quad \sin \varphi_2 = \frac{\lambda_2}{d} = 0.076$$

$$\Delta x = f (\text{tg } \varphi_2 - \text{tg } \varphi_1) \approx f (\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1) = 3.6 (\text{cm})$$

2) 红光  $k = 2$   $\sin \varphi = \frac{2\lambda_1}{d} = 0.14$

紫光  $k = 3$   $\sin \varphi' = \frac{3\lambda_2}{d} = 0.12 < 0.14$

$\therefore$  二级红光与三级紫光重迭

3) 用红光  $\lambda = 7000 \text{ \AA}$  入射,  $b = 3a$ , 最多看到主明纹条数

3)  $k_m < \frac{d}{\lambda} = 14.2$   $k_{\max} = 14$

缺级  $d = a + b = 4a$

$d \sin \varphi = k\lambda$

$a \sin \varphi = k'\lambda$

$k = 4k'$

$k' = \pm 1, \pm 2, \pm 3$

第 12、8、4、-4、-8、-12 级主明纹缺级

最多可见主明纹  $2 \times 14 + 1 - 6 = 23$  条

# 作业

➤ **P209: 28; 29;**

## 版权声明

本课件根据高等教育出版社《物理学教程（第二版）下册》（马文蔚 周雨青 编）配套课件制作。课件中的图片和动画版权属于原作者所有；部分例题来源于清华大学编著的“大学物理题库”。由 [Haoxian Zeng](#) 设计和编写的内容采用 [知识共享 署名-相同方式共享 3.0 未本地化版本 许可协议](#) 进行许可。详细信息请查看 [课件发布页面](#)。