



中原工学院

Zhongyuan University of Technology

# 本章小结

## 4 刚体的运动

任课教师 [曾灏宪](#)

中原工学院 理学院

## 1. 刚体的定轴转动 匀变速转动

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

## 2. 刚体的定轴转动定律

刚体定轴转动的角加速度与它所受的**合外力矩**成正比，与刚体的**转动惯量**成反比。  $M = J\alpha$

刚体转动惯量

$$J = \sum \Delta m_i r_i^2 \quad J = \int r^2 dm$$

### 3. 刚体定轴转动功和能

➤ 力矩的功  $W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M d\theta$

➤ 转动动能  $E_k = \frac{1}{2} J \omega^2$

➤ 重力势能  $E_p = mgh_C$

➤ 刚体定轴转动的动能定理

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M d\theta = \frac{1}{2} J \omega_2^2 - \frac{1}{2} J \omega_1^2$$

➤ 刚体的机械能守恒定律：若只有保守力做功时，

则  $E_p + E_k = \text{恒量}$

## 4. 刚体定轴转动的角动量定理和角动量守恒定律

➤ 刚体对转轴的角动量:  $L = J\omega$

➤ 角动量定理:  $M = \frac{dL}{dt} = \frac{d(J\omega)}{dt}$

$$\int_{t_1}^{t_2} M dt = J_2\omega_2 - J_1\omega_1$$

➤ **角动量守恒定律** 若  $M = 0$ , 则  $L = J\omega = \text{常量}$

## 5. 定轴转动的动力学问题 解题基本步骤

首先分析各物体所受力和力矩情况, 然后根据已知条件和所求物理量判断应选用的规律, 最后列方程求解.

**1.** 求刚体转动某瞬间的角加速度，一般应用**转动定律求解**。如质点和刚体组成的系统，对质点列牛顿运动方程，对刚体列转动定律方程，再列角量和线量的关联方程，联立求解。

**2.** 刚体与质点的碰撞、打击问题，在有心力场作用下绕力心转动的质点问题，考虑**用角动量守恒定律**。

**3.** 在刚体所受的合外力矩不等于零时，比如木杆摆动，受重力矩作用，一般应用刚体的转动**动能定理**或机械能守恒定律求解。

**另外：**实际问题中常常有多个复杂过程，要分成几个阶段进行分析，分别列出方程，进行求解。

## 质点运动与刚体定轴转动描述的对照

| 质点的平动                               | 刚体的定轴转动  |
|-------------------------------------|--|
| 速度 $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$  | 角速度 $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\theta}}{dt}$  |
| 加速度 $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ | 角加速度 $\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ |
| 力 $\vec{F}$                         | 力矩 $\vec{M}$                                   |
| 质量 $m$                              | 转动惯量 $J = \int r^2 dm$                         |
| 动量 $\vec{P} = m\vec{v}$             | 角动量 $\vec{L} = J\vec{\omega}$                  |

# 质点运动规律与刚体定轴转动的规律对照

## 质点的平动

## 刚体的定轴转动

运动定律  $\vec{F} = m \vec{a}$

转动定律  $M = J \alpha$

动量定理

角动量定理

$$\int_{t_0}^t \vec{F} dt = m \vec{v} - m \vec{v}_0$$

$$\int_{t_0}^t \vec{M} dt = \vec{L} - \vec{L}_0$$

动量守恒定律

角动量守恒定律

$$\sum \vec{F}_i = 0, \sum m_i \vec{v}_i = \text{恒量}$$

$$\vec{M} = 0, \sum J_i \vec{\omega}_i = \text{恒量}$$

力的功  $W = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r}$

力矩的功  $W = \int_{\theta_0}^{\theta} M d\theta$

动能  $E_k = m v^2 / 2$

转动动能  $E_k = J \omega^2 / 2$

# 质点运动规律与刚体定轴转动的规律对照

## 质点的平动

### 动能定理

$$W = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

重力势能  $E_p = mgh$

### 机械能守恒

只有保守力作功时

$$E_k + E_p = \text{恒量}$$

## 刚体的定轴转动

### 动能定理

$$W = \frac{1}{2} J \omega^2 - \frac{1}{2} J \omega_0^2$$

重力势能  $E_p = mgh_c$

### 机械能守恒

只有保守力作功时

$$E_k + E_p = \text{恒量}$$



## 版权声明

本课件根据高等教育出版社《物理学教程（第二版）上册》（马文蔚 周雨青 编）配套课件制作。课件中的图片和动画版权属于原作者所有；部分例题来源于清华大学编著的“大学物理题库”；其余文字资料由 [Haoxian Zeng](#) 编写，采用 [知识共享 署名-相同方式共享 3.0 未本地化版本 许可协议](#) 进行许可。详细信息请查看[课件发布页面](#)。